

6 INTERFERENZ

Einführung

Überlagern sich zwei oder mehrere Wellen an einem Ort, kann es dabei zu einer Überhöhung oder Abschwächung der Intensität kommen.. Dies ist eine typische Erscheinung der Wellenoptik und nennt man **Interferenz**. Die Überlagerung erfolgt nach dem **Superpositionsprinzip**.¹

Beispiel: Zwei Wellen Ψ_1 und Ψ_2 überlagern sich an einem bestimmten Ort und haben dabei die Phasenlagen φ_1 und φ_2 .

$$E_{ges} = \hat{E}_1 \exp(i\omega t - kr_1) + \hat{E}_2 \exp(i\omega t - kr_2)$$

Das menschliche Auge sieht nicht die Feldstärke, sondern die Intensität I , d.h. den zeitlichen Mittelwert der Energieflussdichte $S \sim |E|^2$.

$$I = \langle |E_{ges}|^2 \rangle = \langle |E_1 + E_2|^2 \rangle = \hat{E}_1^2 + \hat{E}_2^2 + 2\hat{E}_1\hat{E}_2 \cos(kr_1 - kr_2)$$

$$I = \langle |E_{ges}|^2 \rangle = \langle |E_1 + E_2|^2 \rangle = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\Delta\varphi) \quad \Delta\varphi = kr_1 - kr_2$$

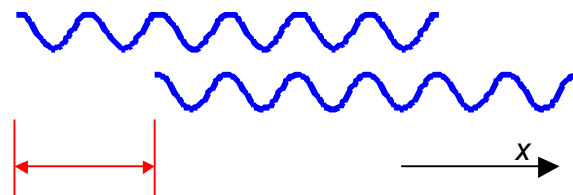
Für $\Delta\varphi = 0$ und gleicher Amplitude ist die Intensität $I = 4I_0$ (**konstruktive Interferenz**), für $\Delta\varphi = \pi$ ist die Intensität $I = 0$ (**destruktive Interferenz**)

Bedingungen für die Beobachtung von Interferenz

- Das Amplitudenverhältnis E_1/E_2 muss konstant bleiben.
(Bei gleicher Amplitude ist die Interferenz besonders ausgeprägt).
- Es muss der gleiche Polarisationszustand vorliegen.
(Zwei senkrecht zueinander stehende lin. polarisierte Wellen interferieren nicht !)
- Während der Beobachtungszeit muss die Phasendifferenz konstant bleiben (\Rightarrow Kohärenz).
Natürliche Lichtquellen enthalten verschiedene Wellenlängen. Sie emittieren kurze Wellenzüge und ändern dann die Phase unkorreliert. Das ist der Grund, warum keine Interferenzen, die von verschiedenen natürlichen Lichtquellen herrühren, beobachtbar sind.

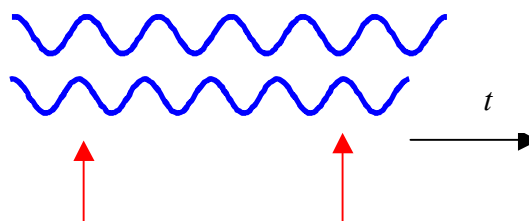
Frage 1: Wie weit kann ein Wellenzug relativ zu sich selbst, bzw. zu einem zweiten Wellenzug verschoben werden, so dass immer noch Interferenz beobachtet werden kann ?

\Rightarrow Kohärenzlänge



Frage 2: Wie groß darf der Frequenzunterschied von zwei Wellen sein, so dass während der Beobachtungszeit immer noch Interferenz beobachtet werden kann ?

\Rightarrow Kohärenzzeit



¹ In der Mechanik gilt das Superpositionsprinzip für Schwingungen und damit auch für Wellen, solange das lineare Kraftgesetz (lineare Systeme) erfüllt ist.

Für elektromagnetische Wellen ist das Superpositionsprinzip i.A. auch immer erfüllt.

Ausnahme: Nichtlineare Optik - hier kann bei Intensitäten von einigen GW/cm^2 das quadratische Glied in der Materialpolarisation $P \sim \alpha E + \beta E^2$ nicht mehr vernachlässigt werden. Wegen $P \sim E^2 \sim \cos^2(\omega t) \sim (1 + \cos(2\omega t))$ besitzt das von P abgestrahlte Feld auch Anteile mit der doppelten Frequenz \Rightarrow Frequenzverdoppelung.

6.1 Zeitliche Kohärenz

Lichtinterferenzen treten nur dann auf, wenn die am Ort der Beobachtung interferierenden Teilwellen *kohärent* sind. Lichtwellen werden zeitlich kohärent genannt, wenn sich während der Beobachtungszeit die Phasendifferenz $\Delta\phi$ der Teilwellen nicht ändert (genauer: weniger als 2π ändert).

Die **Kohärenzzeit** ist dann die maximale Zeit, während der sich die Phasendifferenz $\Delta\phi$ der Teilwellen um höchstens 2π ändert und damit die Sichtbarkeit der Interferenz stabil bleibt.

Spektrale Linienbreite und Kohärenzzeit

Eine Lichtquelle der Frequenz f_0 und der spektralen Breite Δf ist nach Fourier eine Überlagerung unendlich vieler monochromatischer Teilwellen mit Frequenzen zwischen $f_0 - \Delta f/2$ und $f_0 + \Delta f/2$.

Wir betrachten zwei repräsentative Teilwellen mit den Frequenzen $f_1 = f_0 - \Delta f/2$ und $f_2 = f_0 + \Delta f/2$. Die Phasendifferenz dieser beiden Teilwellen wächst linear mit der Zeit t an (siehe Bild b):

$$\Delta\phi(t = 0) = 0$$

$$\Delta\phi(t_{Koh}) = 2\pi(f_2 - f_1)t_{Koh} = 2\pi$$

Nach der Kohärenzzeit $t_{Koh} = 1/\Delta f$ ist also die Phasendifferenz auf 2π angewachsen. Für alle übrigen Teilwellen mit Frequenzdifferenzen kleiner als Δf ist $\Delta\phi(t_{Koh}) < 2\pi$.

Die Kohärenzzeit t_{Koh} einer Lichtquelle ist damit gleich dem Kehrwert der spektralen Breite Δf .

Sie entspricht nach Bild c der typischen Zeitdauer des Wellenzuges

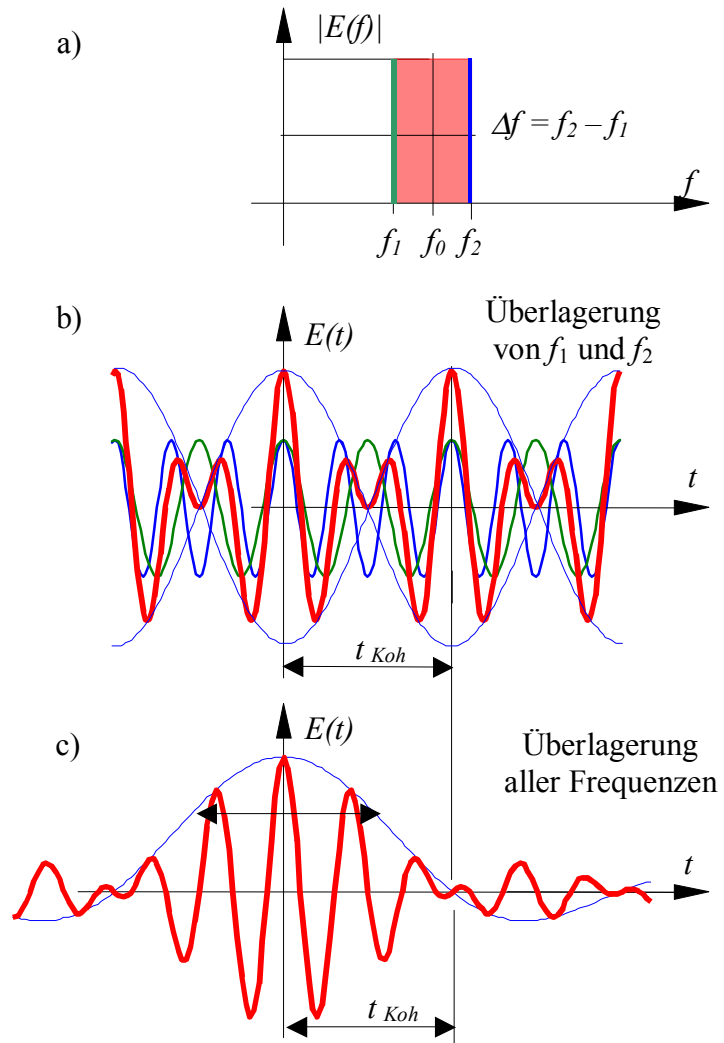


Bild: Zeitliche Kohärenz einer Welle

Als **Kohärenzlänge** l_{Koh} wird die Strecke bezeichnet, die das Licht während der Kohärenzzeit zurücklegt und ist gleich der typischen Länge eines zusammenhängenden Wellenzuges²:

$$t_{Koh} = 1/\Delta f$$

$$l_{Koh} = c \cdot t_{Koh} = c/\Delta f.$$

² Dieser Zusammenhang wird mit Hilfe der Fouriertransformation noch deutlicher.

Zwischen der zeitlichen Dauer Δt des Wellenzuges $E(t)$ und der Breite Δf seines Spektrums $g(f)$ besteht über die Fouriertransformation ein fester Zusammenhang (Unschärfebeziehung): $\Delta f \cdot \Delta t \cong 1$

Ist die spektrale Feldstärkeverteilung $Y(f)$ einer Lichtwelle sehr breit, so wird die Zeitdauer Δt (Halbwertsbreite) sehr schmal. Die Zeitdauer Δt ist als die Kohärenzzeit t_{Koh} zu interpretieren.

Geht man zu der messbaren Intensität $I(t) \propto |E(t)|^2$ bzw. zur spektralen Intensität oder Leistungsdichte $I(f) \propto |Y(f)|^2$ über, ändert sich an dieser Aussage nichts wesentliches. Das Produkt aus der spektralen Linienbreite Δf und der Kohärenzzeit hat einen festen, von der jeweiligen Impulsform abhängigen Wert von der Größenordnung 1.

Für ein spektrales Rechteckprofil mit der Breite Δf gilt: $\Delta f \cdot t_{Koh} \cong 1$

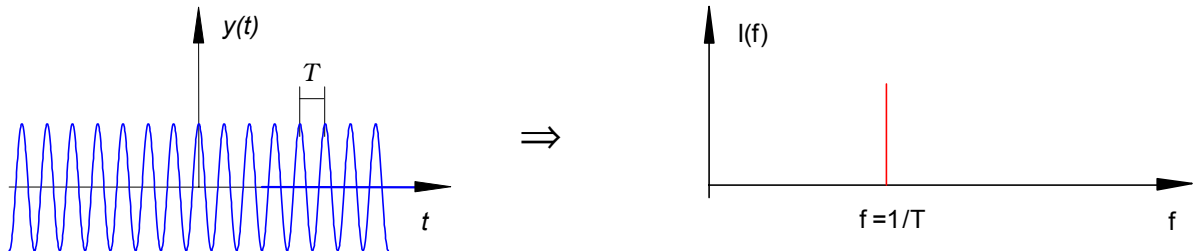
Für ein spektrales Gaußprofil mit der vollen 1/e-Linienbreite Δf gilt: $\Delta f \cdot t_{Koh} \cong 4/2\pi$

Bei Interferenzexperimenten wird die Kohärenzbedingung meist dadurch erreicht, dass die von einer einzigen Lichtquelle ausgehenden Strahlen aufgeteilt werden und nach Durchlaufen unterschiedlicher Wege wieder überlagert werden. Der Wegunterschied (Gangunterschied) zwischen den Teilwellen darf dann nicht größer als die Kohärenzlänge der Lichtquelle sein.

Beispiele zur Kohärenz von Lichtquellen:

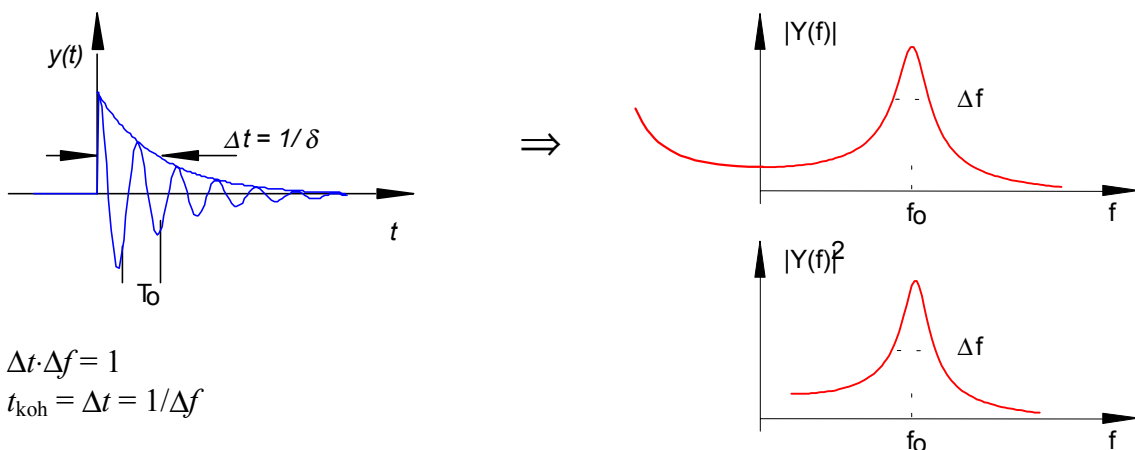
1) Harmonische Welle

Ein unendlich langer Wellenzug fester Frequenz und Wellenlänge hat eine unendlich große Kohärenzzeit. (Ideal einer monochromatischen Lichtquelle.)



2) Angeregte Einzelatome - Emission von Licht im Oszillatormodell

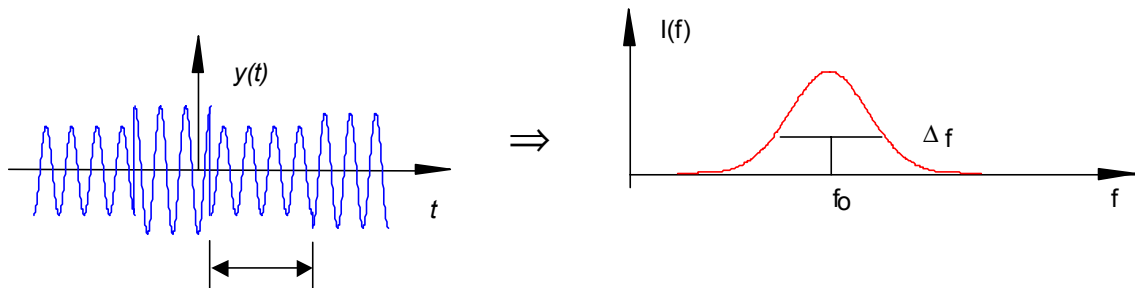
Partiell kohärente Lichtquellen



$\Delta t \cdot \Delta f = 1$
 $t_{\text{koh}} = \Delta t = 1/\Delta f$

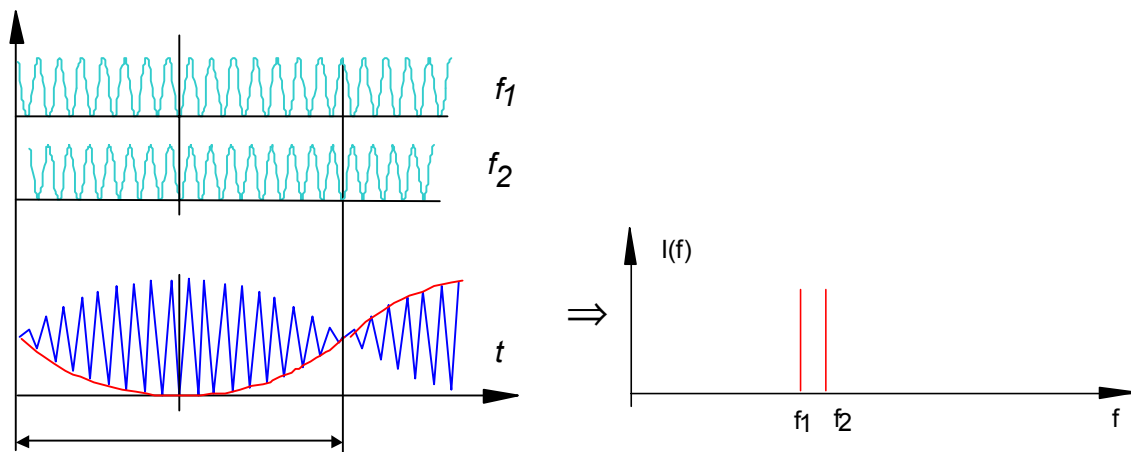
3) Angeregte Einzelatome mit Stößen im Oszillatormodell

Stöße bedeuten statistische Phasenänderungen



4) Spezialfall: Welle mit zwei Frequenzen

Die Kohärenzzeit entspricht dem Zeitraum, nach dem die beiden Frequenzen einen Phasenunterschied von 2π haben. Dies ist gleich der Schwebungszeit T_s .



Kohärenzeigenschaften verschiedener Lichtquellen

Lichtquelle	λ/nm	$\Delta\lambda/\text{nm}$	$\Delta f/\text{Hz}$	l_{koh}	N
weißes Licht	550	200		1,5 μm	3
Rotfilter	620	30		13 μm	21
freies Atom			10^8	3 m	
Spektrallampe (Cd)	640	0,002		20 cm	$3 \cdot 10^5$
GaAlAs-Laser	820			100 m	
HeNe-Laser	633		$1,5 \cdot 10^5$	2 km	